Paradoxien im Spannungsfeld zwischen Philosophie und Mathematik

Seminararbeit
von Marlena Müller

Arbeitsgruppe
Theoretische Philosophie

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Was ist Dummheit? Und wie lässt sie sich erkennen? In einem ebenso ironischen wie tiefgründigen Dialog aus Das Foucaultsche Pendel[1] erkundet Umberto Eco die Denkweise des "Dummen" – nicht über plumpe Fehler, sondern über trügerisch logische Schlüsse, die auf den ersten Blick plausibel erscheinen. Der Dumme, so Eco, denkt fast wie der Intelligente – aber eben nur „fast". Gerade diese Nähe zur logischen Richtigkeit macht ihn gefährlich: Seine Argumente sind oft subtil falsch, sie beruhen auf Fehlschlüssen, logischen Kurzschlüssen oder sogar klassischen Paradoxien, wie sie auch in Philosophie und Mathematik diskutiert werden.

2 Identifikation und Analysen der Schlüsse aus dem "Dialog über den Dummen"

In dem "Dialog über den Dummen"[2] von Eco kommen insgesamt 6 Fehlschlüsse und Paradoxien vor. Wir werden nun nacheinander die Schlüsse durchgehen und diese mit den uns bekannten Werkzeugen der formalen Logik untersuchen.

2.1 "Alle Katzen bellen"

Als ersten Fehlschluss in dem Dialog bringt Eco ein Beispiel eines Fehlschlusses, den ein Dummer machen würde:

Alle Hunde sind Haustiere
Alle Hunde bellen
Alle Katzen sind Haustiere.

Alle Katzen bellen $\therefore$

Hierbei handelt es sich, obwohl es der Form ähnelt, nicht um einen Syllogismus, da an dieser Stelle drei Prämissen vorhanden sind. Unabhängig davon ist jedoch der Schluss falsch, da hier aus den vorliegenden Fakten abgeleitet wird, dass Katzen bellen, da Hunde dies tun und sowohl Hunde und Katzen Haustiere sind. Analog zum Syllogismus, können wir bei diesem Schluss "Haustiere" als Mittelbegriff betrachten und kommen dann zu dem Schluss, dass der Mittelbegriff nicht distribuiert ist, und daher der Schluss ungültig ist.

[1] Umberto Eco. Das Foucaultsche Pendel. Übers. von Burkhart Kroeber. München: Hanser, 1989, S. 79–81.
[2] Eco, Das Foucaultsche Pendel.

2.2 “Alle Einwohner von Piräus sind Athener”

Der zweite Fehlschluss, den Eco im Dialog präsentiert, betrifft erneut eine unzulässige Schlussfolgerung, basierend auf einer gemeinsamen Eigenschaft – diesmal der Sterblichkeit:

> Alle Athener sind sterblich
> Alle Einwohner von Piräus sind sterblich.
> ---
> Alle Einwohner von Piräus sind Athener ∴

Dieser Schluss ist formal ein Syllogismus der zweiten Form, in der der Mittelbegriff jeweils im Prädikat beider Prämissen steht und nur universal-affirmative Aussagen getätigt werden. Die Struktur entspricht also:

> P a M
> S a M.
> ---
> S a P ∴

Analog zu Abschnitt 2.1 liegt hier ein nicht distribuierter Mittelbegriff vor, da “sterblich” nicht durch eine beliebige Intension des Begriffes, z.B. “Hund” ersetzt werden kann und die Prämissen wahr bleiben, und damit ist der Schluss ungültig.

2.3 “Alle Menschen sind große Affen”

Der dritte von Eco dargestellte Fehlschluss basiert auf einer fehlerhaften Identifikation aufgrund einer gemeinsamen Abstammung:

> Alle großen Menschenaffen stammen von niederen Formen des Lebens ab
> Alle Menschen stammen von niederen Formen des Lebens ab.
> ---
> Alle Menschen sind große Affen ∴

Dieser Syllogismus hat die selbe Form, wie der Fehlschluss aus Abschnitt 2.2 und ist mit der selben Begründung ungültig.

2.4 “Gott muß existieren”

Der vierte Schluss aus dem Dialog kommt in der ursprünglichen Form von Canterbury.[3] Er lautet sinngemäß:

> Gott muss existieren, weil ich ihn als das vollkommenste denkbare Wesen denken kann, und zur Vollkommenheit gehört die Existenz.

[3] Anselm von Canterbury. Proslogion. Hrsg. von Cod. Rawlinso A. Oxford: Bodleiana, um 1085.

Dieser Schluss ist kein Syllogismus, da er keine strukturierte Argumentation aus zwei Prämissen mit folgender Konklusion enthält, sondern ein begriffliches Argument. Der Denkfehler liegt, wie Eco schreibt, in der Verwechslung von gedanklicher Existenz mit realer Existenz. Wie Kant später in Kritik der reinen Vernunft kritisiert, ist Existenz kein reales Prädikat, da die Existenz Gottes keinem analytischen Wahrheitsbeweis zugänglich ist.[4]

2.5 "Alle Kreter sind Lügner"

Der fünfte Schluss bezieht sich auf das sogenannte Lügnerparadoxon, das auf Epimenides, einen Kreter, zurückgeführt wird. Er sagt:

> Alle Kreter sind Lügner.

Da Epimenides selbst Kreter ist, stellt sich die Frage: Lügt er oder sagt er die Wahrheit? Wenn seine Aussage wahr ist, dann ist er – als Kreter – ein Lügner, also ist die Aussage falsch. Wenn sie aber falsch ist, dann ist nicht jeder Kreter ein Lügner, und die Aussage könnte damit wieder wahr sein. Es entsteht ein selbstbezüglicher Widerspruch.
Im Gegensatz zu den vorherigen Beispielen handelt es sich hierbei nicht um einen Fehlschluss, sondern um ein klassisches Paradoxon, genauer gesagt um eine semantische Antinomie. Der Schluss ist nicht im syllogistischen Sinne ungültig, sondern prinzipiell nicht entscheidbar, weil er durch Selbstbezüglichkeit einen logischen Widerspruch erzeugt.
Das Lügnerparadoxon hat weitreichende Bedeutung in der Philosophie und mathematischen Logik. Es wird unter anderem bei Tarski diskutiert, der versuchte, es durch die Unterscheidung von Objekt- und Metasprache zu lösen.[5]

2.6 "Keiner, der nicht glaubt, ist ein Fundamentalist"

Der sechste und letzte Schluss im Dialog basiert auf einer Verknüpfung zweier partikulärer Aussagen:

> Einige von denen, die nicht glauben, dass Gott die Welt in sieben Tagen geschaffen hat, sind keine Fundamentalisten,
> aber einige Fundamentalisten glauben, dass Gott die Welt in sieben Tagen geschaffen hat.
> Also ist keiner, der nicht glaubt, ein Fundamentalist.

[4] Imanuel Kant. Kritik der reinen Vernunft. Hrsg. von Raymond Schmidt. 3. Aufl. Philosophische Bibliothek. Felix Meiner, 1990.
[5] Alfred Tarski. "Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen". In: Studia Philosophica. Bd. 1. Lemberg, 1936, S. 261–405.

Dieser Schluss ist kein gültiger Syllogismus, da in der aristotelischen Logik aus zwei besonderen Aussagen ("einige") niemals ein allgemeiner Schluss gezogen werden kann. Die Form lautet sinngemäß:

> Einige die nicht an die Sieben-Tage-Schöpfung glauben sind keine Fundamentalisten
> Einige Fundamentalisten glauben an die Sieben-Tage-Schöpfung.
>
> ---
>
> Keiner der nicht an die Sieben-Tage-Schöpfung glaubt ist Fundamentalist $\therefore$

Dies ist ein klassischer Fehlschluss durch Verallgemeinerung, genauer gesagt ein Fehlschluss aus zwei partikulären Prämissen. Ein solcher Schluss ist formal ungültig, da er die Gültigkeit des logischen Schließens verletzt: Es fehlt eine universale Prämisse, aus der eine solche Generalisierung abgeleitet werden könnte. Zusätzlich handelt es sich um eine Fehlinterpretation der Mengenrelationen: Dass sich zwei Gruppen teilweise überschneiden, bedeutet nicht, dass sie vollständig disjunkt sind. Die logische Form dieses Arguments verstößt somit gegen das Verbot, aus unzureichender Grundlage ("einige") eine allgemeine Aussage ("keiner") zu folgern.

3 Paradoxien und Fehlschlüsse in der Mathematik

Auch in der Mathematik beschäftigt man sich mit Fehlschlüssen und Paradoxien. Während man Fehlschlüsse versucht zu vermeiden, kommen diese jedoch trotzdem in der Mathematik, aufgrund der hohen Komplexität der Themen, regelmässig vor.
Die Bedeutungen der Mathematischen Notationen in diesem Abschnitt sind im Appendix in Abschnitt A.1 beschrieben.

3.1 Fehlschlüsse

Ein bekanntes Beispiel für einen mathematischn Fehlschluss ist folgende Term-Umformung, welche $1 = -1$ vorgibt zu beweisen:[6]

$$
\begin{aligned}
1 &= \sqrt{1} && (1)\\
&= \sqrt{(-1)\cdot(-1)} && (2)\\
&= \sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1} && (3)\\
&= i \cdot i && (4)\\
&= i^2 && (5)\\
&= -1 && (6)
\end{aligned}
$$

Da diese Term-Umformung offensichtlich nicht gelten kann, müssen wir uns an dieser Stelle fragen in welchem Umformungsschritt der Trugschluss vorliegt. In Gleichung (3) wird folgende Umformungsregel für Brüche genutzt:

$$\forall a, b \in \mathbb{R}^+ : \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$$

In einfache Worte übersetzt heißt das: Für beliebige positive (Komma-) Zahlen a und b gilt: Die Wurzel aus a mal b ($\sqrt{a \cdot b}$) ist gleich die Wurzel aus a mal die Wurzel aus b ($\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$). Diese Umformungsregel ist jedoch nicht anwendbar, da -1 eine negative Zahl ist und somit nicht positiv.
Die Betrachtung solcher Fehlschlüsse wird in der Mathematik nicht für wissenschaftliche Zwecke durchgeführt, sondern eher als spielerisches Üben für das Verstecken und Auffinden von Fehlern.

3.2 Paradoxien

Im Vergleich zu Fehlschlüssen werden Paradoxien in der mathematischen Beweisführung häufig im sogenannten "Beweis durch Widerspruch" (Reductio ad absurdum) genutzt.[7]
Der Beweis durch Widerspruch kann zwei Formen annehmen:

1. Die Annahme der Existenz eines mathematischen Objektes führt zu einem Widerspruch.
2. Die Annahme der Nicht-Existenz eines mathematischen Objektes führt zu einem Widerspruch

[6] Edwin Arthur Maxwell. Fallacies in mathematics. Chapter VI, Section I, Subsection 2. Cambridge, England: University Press, 1959, S. 37–38.
[7] Serlo Education. Mathe für Nicht-Freaks – Direkter und indirekter Beweis. 2025. url: https://de.wikibooks.org/w/index.php?title=Mathe_f%C3%BCr_Nicht-Freaks:_Direkter_und_indirekter_Beweis&oldid=1010848 (besucht am 23. 05. 2025).

Während man im 1. Fall damit die Nicht-Existenz des mathematischen Objektes beweist und wir somit von einem destruktiven Widerspruch sprechen, beweist man im 2. Fall die Existenz, ohne konkret die Aufmachung des Objektes beschreiben zu müssen. Dieser Widerspruchsbeweis ist ein sogenannter konstruktiver Beweis.

3.2.1 Drei Aufeinanderfolgende Zahlen summiert sind durch 3 teilbar

In Mathe für Nicht-Freaks – Direkter und indirekter Beweis finden wir folgendes Beispiel für einen konstruktiven Beweis durch Widerspruch für die Aussage: "Drei aufeinanderfolgende Zahlen summiert sind durch 3 teilbar".[8]
Um diese Aussage dem mathematischen Beweis zuzuführen müssen wir diese zuerst in die Formelsprache bringen:

$$n \in \mathbb{N}_0 \implies 3 \mid n + (n+1) + (n+2) \tag{7}$$

Dies bedeutet: wenn n eine nicht negative ganze Zahl ist, dann folgt:
$n + (n+1) + (n+2)$ ist durch 3 teilbar.
Für den Beweis durch Widerspruch nehmen wir nun an: Sei n eine nicht negative ganze Zahl und $n + (n+1) + (n+2)$ nicht durch 3 teilbar und zeigen dann, dass es sich dabei um einen Widerspruch handelt:

$$\begin{aligned} n + (n+1) + (n+2) &= n + n + n + 1 + 2 && (8) \\ &= 3n + 3 && (9) \\ &= 3(n+1) && (10) \end{aligned}$$

In Gleichung (10) sehen wir, dass $3(n+1)$ durch 3 teilbar ist, da $\frac{3(n+1)}{3} = n + 1$ ist und $n + 1$ eine ganze Zahl ist, da n ganz war. Dies ist ein Widerspruch zu der Annahme, dass $n + (n+1) + (n+2)$ nicht durch 3 teilbar war und somit muss $n + (n+1) + (n+2)$ durch 3 teilbar seien.

3.2.2 Russellsche Antinomie

Ein besonders bedeutendes Beispiel für eine Paradoxie in der Mathematik ist die Russellsche Antinomie, entdeckt von Bertrand Russell im Jahr 1901.[9] Sie zeigt, dass naive Mengenlehre zu Widersprüchen führen kann, wenn man zulässt, dass jede definierbare Eigenschaft eine Menge erzeugt.
Russells Paradox entsteht durch die Betrachtung der Menge R aller Mengen, die sich nicht selbst enthalten:

$$R = \{M \mid M \notin M\}$$

Die Frage ist nun: Ist R Element von sich selbst, also $R \in R$?

[8] Education, Mathe für Nicht-Freaks – Direkter und indirekter Beweis.
[9] Bertrand Russell. The Principles of Mathematics. Cambridge: Cambridge University Press, 1903.

- Angenommen, $R \in R$. Dann muss R nach Definition nicht in sich selbst enthalten sein $\Rightarrow R \notin R$.
- Angenommen, $R \notin R$. Dann erfüllt R die Bedingung, um in sich selbst enthalten zu sein $\Rightarrow R \in R$.

In beiden Fällen entsteht ein logischer Widerspruch. Dieses Paradoxon hatte weitreichende Konsequenzen: Es zeigte, dass die naive Auffassung der Mengenlehre unhaltbar ist, und führte zur Entwicklung streng formalisierter Axiomensysteme wie der Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre.[10] Eine abgewandelte Form der Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre, die Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre mit Auswahlaxiom wird heute noch als Standardaxiomsystem der Mathematik verwendet.
Russells Antinomie ist ein klassisches Beispiel dafür, wie philosophisch-logische Überlegungen zu grundlegenden Reformen in der Mathematik führen können – sie markiert eine Schnittstelle zwischen formaler Logik, Philosophie und der strukturellen Grundlage mathematischen Denkens.

4 Fazit

Fehlschlüsse und Paradoxien sind nicht nur rhetorische oder philosophische Spielereien, sondern spielen auch in der Mathematik eine zentrale Rolle. Wie die Analyse von Ecos „Dialog über den Dummen" gezeigt hat, liegen viele Denkfehler sehr nahe an gültiger Argumentation – oft fehlt nur ein kleines logisches Detail. Besonders gefährlich sind dabei Fehlschlüsse, die durch intuitive Plausibilität kaschiert werden, wie etwa die falsche Anwendung der Wurzelgesetze oder scheinbar logische Ketten von Aussagen.
Paradoxien hingegen – wie das Lügnerparadoxon oder die Russellsche Antinomie – zeigen, dass selbst strikt formalisierte Systeme, wie die Mathematik, an Grenzen stoßen, wenn sie mit Selbstbezüglichkeit oder unzureichend definierten Begriffen operieren. Diese Phänomene haben nicht nur logisches Interesse, sondern führten zu fundamentalen Umbrüchen in der Wissenschaft, etwa zur Reformulierung der Mengenlehre.
Insgesamt zeigt sich: Das genaue Erkennen und Verstehen von Fehlschlüssen und Paradoxien ist nicht nur ein intellektuelles Training, sondern auch ein Beitrag zur Klarheit und Robustheit unseres Denkens – in der Philosophie ebenso wie in der Mathematik.

[10] Abraham Fraenkel, Yehoshua Bar-Hillel und Azriel Levy. Foundations of Set Theory. 2nd. Amsterdam: Elsevier, 1973.

A Appendix

A.1 Mathematische Notation

Aufgrund der unterschiedlichen Notations-Konventionen zwischen Mathematik und Philosophischer Logik, erläutern wir an dieser Stelle die grundlegenden Mathematischen Notationen und ihre Bedeutungen. Diese Erläuterungen basieren auf den Vorlesungsskripta "Lineare Algebra 1" von Kirschmer[11] und "Analysis 1" von Richthammer.[12] Hierfür wurden Teile fast vollständig übernommen.

A.1.1 Aussagen

Definition A.1 (Aussagen) Eine Aussage ist ein Satz der entweder wahr oder falsch ist.

Jede Aussage kann also nur einen Wahrheitswert wahr oder falsch haben. Wir schreiben auch w für wahr und f für falsch.

Beispiel A.2 Bei folgenden Sätzen handelt es sich um Aussagen:

1. Jede Katze ist grau.
2. 3 ist eine Natürliche Zahl.

Die Aussage Punkt 1 ist natürlich Falsch, da es auch schwarze Katzen gibt. Der Fakt, dass die Aussage offensichtlich unwahr ist, ist nicht relevant für das Aussage sein.
Die Aussage Punkt 2 ist korrekt. Zu der Bedeutung von natürlichen Zahlen kommen wir später in Abschnitt A.1.3.

Basierend auf Aussagen können wir logische Operatoren definieren, die dann die sogenannte "Boolsche Algebra" bilden.

Definition A.3 (Logische Operatoren) Folgende logischen Operatoren definieren wir:

Name	**Symbol**	**Bedeutung**
Konjunktion (Und)	$\wedge$	Wahr, wenn beide Operanden wahr sind
Disjunktion (Oder)	$\vee$	Wahr, wenn mindestens einer der Operanden wahr ist
Negation (Nicht)	$\neg$	Kehrt den Wahrheitswert um
Implikation (Wenn...dann)	$\Longrightarrow$	Falsch nur, wenn erster Operand wahr und zweiter falsch ist
Äquivalenz (Genau dann, wenn)	$\Longleftrightarrow$	Wahr, wenn beide Operanden denselben Wahrheitswert haben

[11] Markus Kirschmer. "Lineare Algebra 1". Skriptum zur gleichnamigen Vorlesung. 2023.
[12] Thomas Richthammer. "Analysis 1". Skriptum zur gleichnamigen Vorlesung. 2024.

Dafür ist folgende Wahrheitstabelle gegeben:

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \implies B$	$A \iff B$
w	w	f	w	w	w	w
w	f	f	f	w	f	f
f	w	w	f	w	w	f
f	f	w	f	f	w	w

Die Verknüpfung von Aussagen mit einem Operator ergibt wieder eine Aussage. Zur Bestimmung der Verknüpfungsreihenfolge nutzt man Klammern.

Beispiel A.4 Die Definitionen von oben ermöglichen es uns verschiedene logische Formeln, durch Verknüpfung zu bilden. Diese können zum Beispiel so aussehen:

- $A \wedge (B \vee C)$
- $(\neg A) \implies A$

A.1.2 Rechenoperationen

Für das Mathematisieren benötigen wir häufig auch Rechenoperationen. Die Grundlegenden Operationen lassen sich zwar wohl definieren, liefern an dieser Stelle aber keinen Mehrwert. Wir nehmen an, dass Addition ($+$), Subtraktion ($-$), Multiplikation ($\cdot$) und Division ($/$ oder $\frac{}{}$) wie aus der Schule bekannt definiert sind. Die Rechengesetze, wie Distributivgesetz und Assoziativgesetz gelten auch weiter.
Auch die Wurzel ist wie in der Schule definiert, jedoch ist es unter Umständen es auch möglich eine Wurzel aus negativen Zahlen zu ziehen. Hier nennen wir nur den Spezialfall: $\sqrt{-1} = i$, was aus der Definition von $i^2 = -1$ folgt[13].

A.1.3 Mengenlehre

Wir verwenden in dieser Seminararbeit den Begriff der Menge, wie er auch in der klassischen Mengenlehre üblich ist. Eine präzise, formale Definition des Mengenbegriffs ist logisch nicht unproblematisch und wird hier nicht angestrebt. Stattdessen orientieren wir uns an der Beschreibung von Georg Cantor, dem Begründer der Mengenlehre:

Definition A.5 (Mengendefinition nach Cantor[14]) "Eine Menge ist eine Zusammenfassung bestimmter wohlunterschiedener Objekte unserer Anschauung oder unseres Denkens (welche die Elemente der Menge genannt werden) zu einem Ganzen."

[13] Warum dies gilt, ist an dieser Stelle nicht relevant und würde ein tiefes Verständnis der Komplexen Zahlen Vorraussetzten. Die Motivation für diese Notation ist es auch aus negativen Zahlen Wurzeln ziehen zu können.

[14] Georg Cantor. "Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre". In: Mathematische Annalen 46 (1895), S. 481–512.

Für die hier behandelten Fragestellungen genügt diese intuitive Vorstellung. Eine Menge ist also vollständig durch ihre Elemente bestimmt. Zwei Mengen gelten dann als gleich, wenn sie genau dieselben Elemente enthalten. Weitere Strukturen oder Eigenschaften spielen für den Mengenbegriff in diesem Zusammenhang keine Rolle.
In der Mathematik ist es üblich, Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente anzugeben. Dazu werden die einzelnen Objekte, getrennt durch Kommata, in geschweifte Klammern geschrieben. Die Reihenfolge der Elemente spielt dabei keine Rolle, ebenso wenig wie eine mehrfache Nennung. So beschreiben die folgenden Schreibweisen dieselbe Menge:

$$\{1,2,3\} = \{3,1,2\} = \{1,3,2,1,2\}$$

Wenn die Struktur der Menge klar ist, kann sie abgekürzt durch eine Angabe von Anfangs- und Endgliedern sowie Auslassungspunkten ("…") dargestellt werden:

$$\{1,2,3,4,5\} = \{1,\ldots,5\}$$

Häufig verwendete Mengen wie die natürlichen Zahlen (mit Null[15]) oder ganzen Zahlen werden ebenfalls auf diese Weise beschrieben:

$$\mathbb{N}_0 = \{0,1,2,3,\ldots\}$$
$$\mathbb{Z} = \{0,1,-1,2,-2,\ldots\}$$

Auch eine Menge ohne Elemente ist möglich. Sie wird als leere Menge bezeichnet und folgendermaßen notiert:

$$\emptyset = \{\}$$

Um auszudrücken, dass ein bestimmtes Objekt m Element einer Menge M ist, verwendet man die Schreibweise:

$$m \in M$$

Gehört es nicht zur Menge, schreibt man:

$$m \notin M$$

Ein Beispiel:

$$-1 \in \mathbb{Z} \quad \text{aber} \quad -1 \notin \mathbb{N}^+$$

Neben der Aufzählung gibt es auch die Möglichkeit, eine Menge über eine Eigenschaft zu definieren. Ist M eine Menge und E eine bestimmte Eigenschaft, dann bezeichnet die Schreibweise:

[15] Es gibt in der Mathematik keine Einigkeit darüber ob 0 eine natürliche Zahl ist. Wir schreiben immer $\mathbb{N}_0$ wenn wir natürliche Zahlen mit 0 meinen und $\mathbb{N}^+$ wenn ohne 0.

$$\{m \in M \mid m \text{ hat die Eigenschaft } E\}$$

die Teilmenge von M, die genau aus denjenigen Elementen besteht, welche die Eigenschaft E erfüllen.
Mit diesem Wissen können wir nun sogar die Rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ formal definieren:

Definition A.6 Rationale Zahlen

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \land b \in \mathbb{N}^+ \right\}$$

Wobei gilt: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff \exists f \in \mathbb{N}^+ : (a \cdot f = c \land b \cdot f = d) \lor (c \cdot f = a \land d \cdot f = b)$
Nun fehlen uns als Relevante Menge in der Mathematik für diese Arbeit nur noch die Reellen Zahlen. Es gibt verschiedene Ansätze die Reellen Zahlen formell zu Definieren, diese Definitionen haben jedoch alle gemein, dass man mehrere Wochen einer Analysis-Vorlesung besuchen muss um diese zu Verstehen, daher lassen wir hier die Formale Definition aus und bedienen uns einer einfachen Analogie:
Die Reellen Zahlen sind alle möglichen Kommazahlen, die man sich vorstellen kann. Dies schliesst zum Beispiel 2.45676543, 5.0, 0.23456 und 4 mit ein. Dabei sind auch Kommazahlen, die unendlich lang sind, wie die Kreiszahl π enthalten.

A.2 Literatur

Canterbury, Anselm von. Proslogion. Hrsg. von Cod. Rawlinso A. Oxford: Bodleiana, um 1085.

Cantor, Georg. “Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre”. In: Mathematische Annalen 46 (1895), S. 481–512.

Eco, Umberto. Das Foucaultsche Pendel. Übers. von Burkhart Kroeber. München: Hanser, 1989, S. 79–81.

Education, Serlo. Mathe für Nicht-Freaks – Direkter und indirekter Beweis. 2025. url: https://de.wikibooks.org/w/index.php?title=Mathe_f%C3%BCr_Nicht-Freaks:_Direkter_und_indirekter_Beweis&oldid=1010848 (besucht am 23.05.2025).

Fraenkel, Abraham, Yehoshua Bar-Hillel und Azriel Levy. Foundations of Set Theory. 2nd. Amsterdam: Elsevier, 1973.

Kant, Imanuel. Kritik der reinen Vernunft. Hrsg. von Raymond Schmidt. 3. Aufl. Philosophische Bibliothek. Felix Meiner, 1990.

Kirschmer, Markus. “Lineare Algebra 1”. Skriptum zur gleichnamigen Vorlesung. 2023.

Maxwell, Edwin Arthur. Fallacies in mathematics. Chapter VI, Section I, Subsection 2. Cambridge, England: University Press, 1959, S. 37–38.

Richthammer, Thomas. “Analysis 1”. Skriptum zur gleichnamigen Vorlesung. 2024.

Russell, Bertrand. The Principles of Mathematics. Cambridge: Cambridge University Press, 1903.

Tarski, Alfred. “Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen”. In: Studia Philosophica. Bd. 1. Lemberg, 1936, S. 261–405.